**МГТУ им. Н.Э. Баумана**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ**

**Лабораторный практикум №5**

**по теме: «Построение и программная реализация алгоритмов численного интегрирования»**

***Студент: Нгуен Фыок Санг***

***Группa: ИУ7И-46***

***Преподаватель: Градов В.М.***

2020

**Цель работы:** Получение навыков построения алгоритма вычисления двукратного интеграла с использованием квадратурных формул Гаусса и Симпсона.

**Задание:**

Построить алгоритм и программу для вычисления двукратного интеграла при фикчированном значении параметра :

Применить метод последовательного интегрирования. По одному направлению использовать формулу Гаусса, а по другому – формулу Симпсона.

Описание алгоритма:

Имеем , положим

Имеем систему:

Системая нелинейная, найти решение сложно. Для нахождения A𝑖 и t𝑖 можно воспользоваться полиномом Лежандра. Формула полинома:

Узлами формулы Гаусса являются нули полинома Лежандра P𝑛(𝑡), а A𝑖 можно найти из вышеуказанной системы уравнений

При вычислении интеграла на произвольном интервале [𝑎, 𝑏], для применения квадратурной формулы Гаусса необходимо выполнить преобразование переменной:

В таком случае, получаем конечную формулу для произвольного интервала [𝑎, 𝑏]:

Так же, существует квадратнурная формула Симпсона:

Однако, эти методы можно применять и для приближенной оценки двукратных (и не только) интегралов. Рассмотрим интеграл по прямоугольной области:

По каждой координате введем сетку узлов. Каждый однократный интеграл вычисляют по квадратурным формулам. Для разных направлений можно использовать квадратурные формулы разных порядков точности, в т.ч. и Гаусса.

Конечная формула:

где A𝑖 B𝑖𝑗 – известные постоянные.

**Результаты:**

1. Описать алгоритм вычисления n корней полинома Лежандра n-ой степени Pn(x) при реализации формулы Гаусса.

Для вычисления корней полинома Лежандра :

Вычисляются итеративно по методу Ньютона

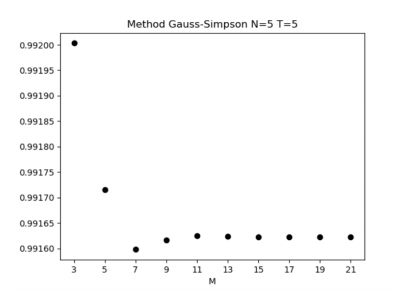
причем начальное приближение для i-го корня (i = 1, 2, …, n) берется по формуле:

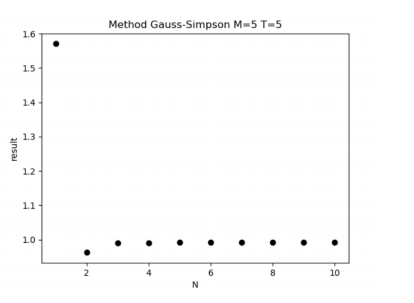
Значение полинома можно вычислять используя рекуррентную формулу для конкретного значения x.

Причем:

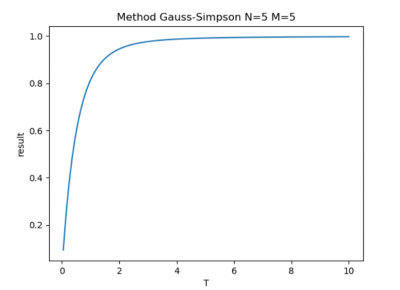
Производную также можно вычислять для конкретного значения x, используя формулу для производной:

1. Исследовать влияние количества выбираемых узлов сетки по каждому направлению на точность расчетов.

****

****

1. Построить график зависимости ε (τ ) в диапазоне изменения τ =0.05-10. Указать при каком количестве узлов получены результаты.

****

**Ответы контрольные вопросы:**

1. ***В каких ситуациях теоретический порядок квадратурных формул численного интегрирования не достигается?***

Если подынтегральная функция не имеет соответствующих производных. Например, если на отрезке интегрирования не существует 3-я и 4-я производные, то порядок тончности формула Симпсона будет только 2-ой.

1. ***Построить формулу Гаусса численного интегрирования при одном узле.***

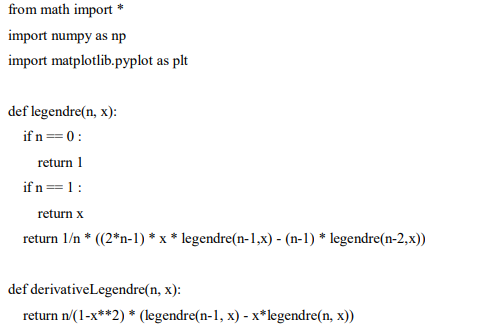
Имеем формулу Гаусса:

При одном узле:

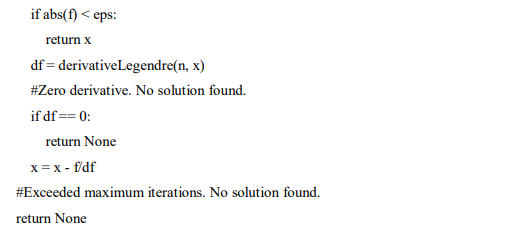
Получим:

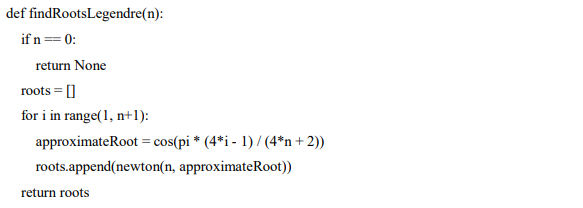
1. ***Построить формулу Гаусса численного интегрирования при двух узлах. при двух узлах:***
2. Получить обобщенную кубатурную формулу, на основе методе трапеций, с тремя узлами на каждом направлении:

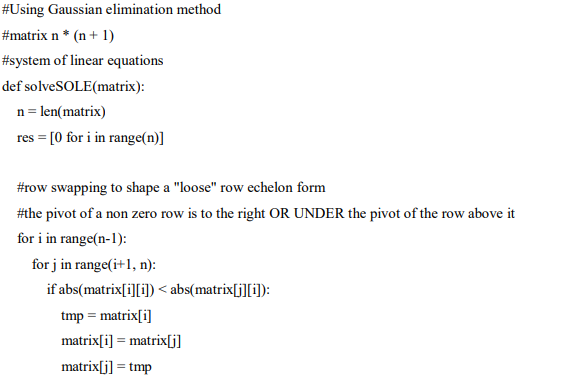
**Код программы:**

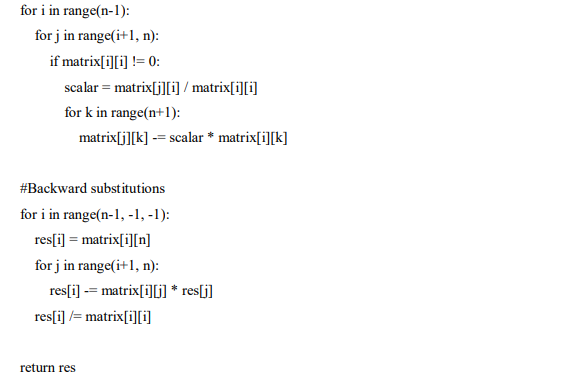
******

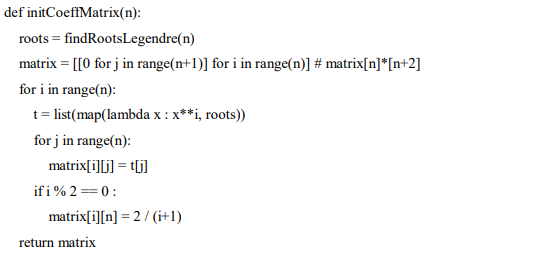
******

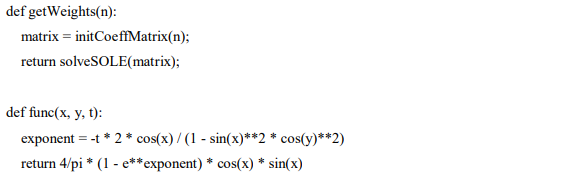
******

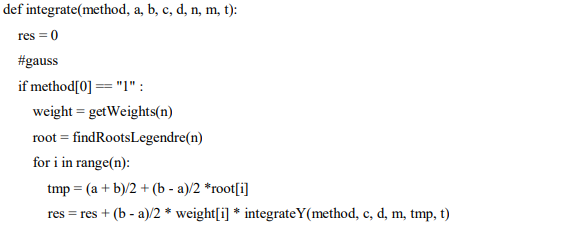
******

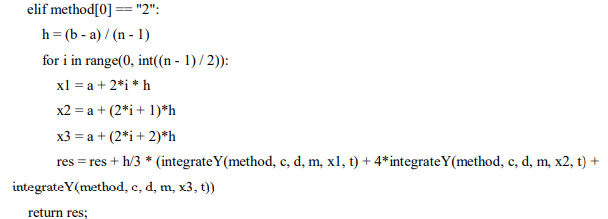
******

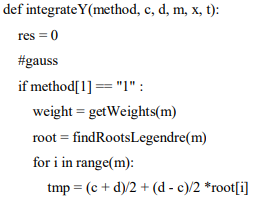
******

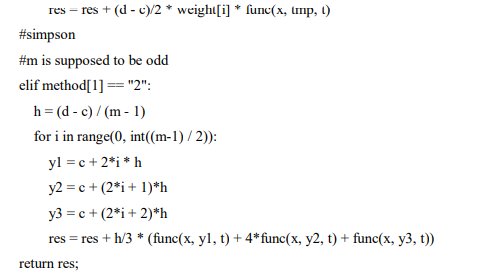
******

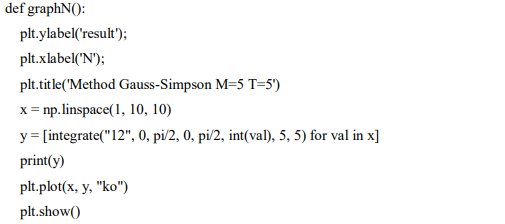
******

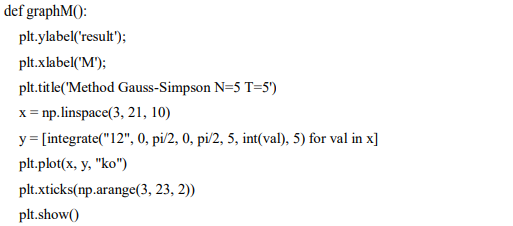
******

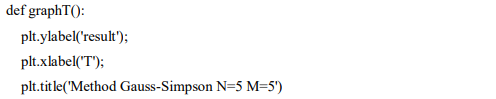
******

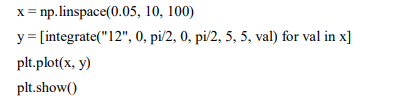
******

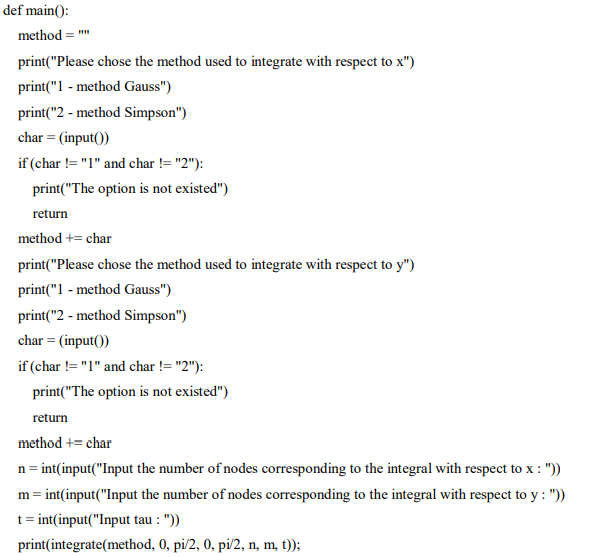
******

******

******

******

******

******